# ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Метод Гаусса:

Нехай вихідна система виглядає наступним чином:

Її можна записати в матричному вигляді , де

, ,

Матриця A називається головною матрицею системи, х – вектор змінних, b - стовпцем вільних членів.

Тоді, відповідно до властивості елементарних перетворень над рядками, основну матрицю цієї системи можна привести до східчастого вигляду (ці ж перетворення потрібно застосовувати до стовпця вільних членів):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

де

При цьому будемо вважати, що базисний мінор (ненульовий мінор максимального порядку) основної матриці знаходиться у верхньому лівому куті, тобто в нього входять тільки коефіцієнти при змінних .

Тоді змінні називаються головними змінними. Всі інші називаються вільними.

Якщо хоча б одне число , то розглянута система несумісна, т . е. у неї немає жодного рішення.

Нехай для будь-яких .

Перенесемо вільні змінні за знаки рівності і поділимо кожне з рівнянь системи на свій коефіцієнт при самому лівому з них:

{\displaystyle i=1,\ldots ,r,\quad k=i+1,\ldots ,n.}

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.2) |

Якщо вільним змінним системи (2.2) надавати всі можливі значення і вирішувати нову систему щодо головних невідомих знизу вгору (тобто від нижнього рівняння до верхнього), то ми отримаємо всі рішення цієї СЛАР. Так як ця система отримана шляхом елементарних перетворень над вихідною системою (2.1), то по теоремі про еквівалентність при елементарних перетвореннях системи (2.1) і (2.2) еквівалентні, тобто безлічі їх рішень збігаються.

*Метод Жордана-Гаусса:*

1. Вибирають перший зліва стовпець матриці, в якому є хоч одне відмінне від нуля значення.
2. Якщо саме верхнє число в цьому стовпці нуль, то змінюють всю перший рядок матриці з іншого рядком матриці, де в цій колонці немає нуля.
3. Всі елементи першого рядка ділять на верхній елемент вибраного стовпця.
4. З решти рядків віднімають перший рядок, помножену на перший елемент відповідного рядка, з метою отримати першим елементом кожного рядка (крім першої) нуль.
5. Далі проводять таку ж процедуру з матрицею, що виходить з вихідної матриці після викреслювання першого рядка і першого стовпця.
6. Після повторення цієї процедури n-1 раз отримують верхню трикутну матрицю
7. Вираховують із передостанній рядки останній рядок, помножену на відповідний коефіцієнт, з тим, щоб в передостанньому рядку залишилася тільки 1 на головній діагоналі.
8. Повторюють попередній крок для наступних рядків. В результаті отримують одиничну матрицю і рішення на місці вільного вектора (з ним необхідно проводити всі ті ж перетворення).

*Метод обертань:*

Як і в методі Гаусса, мета прямого ходу перетворень в цьому методі-приведення системи до трикутного виду послідовним обнуленням поддіагональних елементів спочатку першого стовпчика, потім другого і т.д.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

Помножити перше рівняння вихідної системи (2.3) на з1, друге на s1 і скласти їх; отриманим рівнянням замінимо перше рівняння системи. Потім перше рівняння вихідної системи множимо на -s1, друге на c1 і результатом їх складання замінимо друге рівняння. Таким чином, перші два рівняння (2.3) замінюються рівняннями :

На параметри с1 та s1 накладемо дві умови :

* умова виключення х1 з другого рівняння і
* умова нормування.

Звідси:

Ці числа можна інтерпретувати як косинус і синус деякого кута (звідси назва метод обертання, кожен крок такого перетворення можна розглядати як обертання розширеної матриці системи в площині онуляюмого індексу).

В результаті перетворень отримаємо систему

Де

.

Далі перше рівняння системи замінюється новим, отриманим складання результатів множення першого і третього рівнянь відповідно на

а третє-рівнянням, отримане при складання результатів множення тих же

де

.

Виконавши перетворення m-1 раз, прийшовши до системи

Вид отриманої системи такий же, як після першого етапу перетворень методом Гаусса. Ця система має наступну властивість: довжина будь-якого вектора-стовпця (евклідова норма) Розширене матриці залишається такою ж, як у вихідній матриці. Отже, при виконанні перетворень не спостерігається зростання елементів.

Далі за цим же алгоритмом перетворюється матриця

і т.д.

В результаті m-1 етапів прямого ходу система буде приведена до трикутного виду.

Знаходження невідомих НЕ відрізняється від зворотного ходу методу Гаусса.